Donc : $\boxed{(ABC) : x + y - 1 = 0}$

$P \,//\, (ABC) \Leftrightarrow \quad P : x + y + d = 0$

Comme $I(0, 2, -3) \in P$ on aura $d = -2$

Donc $\boxed{P : x + y - 2 = 0}$

Exercice n° 10

a)

$$M(x,y,z) \in P \cap D \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\alpha + 1 \\ y = 3\alpha + 2 \\ z = \alpha - 4 \\ x + y + z + 4 = 0 \end{cases}$$

Remplacent les expressions de x, y et z en fonction de α dans l'équation du P.

On aura :

$-\alpha + 1 + 3\alpha + 2 + \alpha - 4 + 4 = 0$

$\Rightarrow 3\alpha + 3 = 0 \Rightarrow \alpha = -1 \Rightarrow x = 2$; $y = -1$ et $z = -5$

Donc $P \cap D = \{M(2, -1, -5)\}$

b) Equations paramétriques de D :

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3} = \alpha$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\alpha + 3 \\ y = 2\alpha - 1 \\ z = 3\alpha - 2 \end{cases} \quad \text{avec } \alpha \in \Re$$

Remplacent x, y et z en fonction de α dans l'équation cartésienne de P. On aura :

$2\alpha + 3 - 2\alpha + 1 + 3\alpha - 2 - 2 = 0 \Rightarrow \alpha = 0$

donc $P \cap D = \{M(3, -1, -2)\}$

c) Cherchons une équation cartésienne de P

En effet on a :

$y + 4z = 8 + 5\alpha \Rightarrow 5\alpha = y + 4z - 8$

$z - y = 2 + 5\beta \Rightarrow 5\beta = z - y - 2$

Donc $5x = 15 + 2.5\alpha + 3.5\beta$

$= 15 + 2y + 8z - 16 + 3z - 3y - 6$

$= -7 - y + 11z$

Donc (P) : $5x + y - 11z + 7 = 0$

Maintenant remplacent x, y et z de l'équation paramétrique de D dans l'équation cartésienne de P.

On aura : $5(\alpha + 1) - 2\alpha - 11(-\alpha + 1) + 7 = 0$

$\Rightarrow 5\alpha + 5 - 2\alpha + 11\alpha - 11 + 7 = 01 \Rightarrow 4\alpha + 1 = 0$

$\Rightarrow \alpha = -\frac{1}{14}$

$P \cap D : \{M(\frac{13}{14}, \frac{1}{7}, \frac{15}{14})\}$

d) Déterminant une représentation paramétrique de D

On posera $z = \alpha$, $\alpha \in \Re$

$$D : \begin{cases} x + y - 3z + 2 = 0 \\ x - y + 2z - 1 = 0 \end{cases}$$

$(1) + (2) \Rightarrow 2x - z + 1 = 0$

$(1) - (2) \Rightarrow 2y - 5z + 3 = 0$

D'où $x = \frac{1}{2}z - \frac{1}{2}$ et $y = \frac{5}{2}z - \frac{3}{2}$

$$D : \begin{cases} x = \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2} \\ y = \frac{5}{2}\alpha - \frac{3}{2} \\ z = \alpha \end{cases} \quad \alpha \in \Re$$

Remplacent par la suite x, y et z dans l'équation de P, on aura

$\frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2} - \frac{5}{2}\alpha + \frac{3}{2} + \alpha + 1 = 0 \Rightarrow -\alpha + 2 = 0 \Rightarrow \alpha = 2$

D'où $P \cap D = \{M(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}, 2)\}$

Exercice n° 11

- $P : 2x - y + z - 3 = 0$
  $Q : x + 2y + z - 1 = 0$

On a : $\frac{2}{1} \neq \frac{-1}{2}$

Donc P et Q sont sécants suivant la droite D avec :

$$D : \begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0 \\ x + 2y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

- $P : 2x - y + z - 3 = 0$
  $R : 3x + y - z + 2 = 0$

$\frac{2}{3} \neq \frac{-1}{1} \Rightarrow$ P et R sont sécants suivant la droite

$$\Delta : \begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0 \\ 3x + y - z + 2 = 0 \end{cases}$$

- $R : 3x + y - z + 2 = 0$
  $Q : x + 2y + z - 1 = 0$

$\frac{3}{1} \neq \frac{1}{2}$ Donc R et q sont sécants suivant la droite

$$\Delta' \begin{cases} 3x + y - z + 2 = 0 \\ x + 2y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

Carray.tn - Aqra Blech - Carray.tn